|  |
| --- |
| Министерство науки и высшего образования Российской Федерации |
| Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение |
| высшего образования |
| «Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина |
| (Технологии. Дизайн. Искусство)» |
|  |
| Институт  | мехатроники и информационных технологий |
| Кафедра  | прикладной математики и программирования |

|  |
| --- |
| **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА****УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ** |
| Математический анализ I |
| Уровень образования  | бакалавриат |
| Направление подготовки/Специальность | 01.03.02 | Прикладная математика и информатика |
| Направленность (профиль)/Специализация | Математические методы, технологии цифрового моделирования и искусственного интеллекта |
| Срок освоения образовательной программы по очной форме обучения | 4 года |
| Форма обучения | очная |

|  |
| --- |
| Рабочая программа учебной дисциплины Математический анализ I основной профессиональной образовательной программы высшего образования*,* рассмотрена и одобрена на заседании кафедры, протокол № 10 от 29.06.2021 г. |
| Разработчик рабочей программы учебной дисциплины: |
|  | Профессор | А.А. Солодов |
| Заведующий кафедрой: | В.В. Горшков |

# ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

* + - 1. Учебная дисциплина «Математический анализ I»изучается в первом семестре*.*
			2. Курсовая работа – не предусмотрена.

## Форма промежуточной аттестации:

|  |  |
| --- | --- |
| первый семестр | *-* экзамен |
|  |  |
|  |  |

## Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

* + - 1. Учебная дисциплина относится к обязательной части программы*.*
			2. Результаты обучения по учебной дисциплине используются при изучении следующих дисциплин и прохождения практик:
		- Математический анализ II,
		- Математический анализ III,
		- Дифференциальные уравнения,
		- Дополнительные главы математического анализа,
		- Методы оптимизации систем управления.

# ЦЕЛИ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

* + - 1. Целью освоения дисциплины «Математический анализ I» является:
		- изучение понятий, используемых в дифференциальном исчислении функций одной и нескольких переменных, освоение методов дифференциального исчисления при исследовании функций;
		- формирование навыков научно-теоретического подхода к решению задач профессиональной направленности и практического их использования в дальнейшей профессиональной деятельности;
		- формирование у обучающихся компетенций, установленных образовательной программой в соответствии с ФГОС ВО по данной дисциплине.
			1. Результатом обучения по дисциплине является овладение обучающимися знаниями, умениями, навыками и опытом деятельности, характеризующими процесс формирования компетенций и обеспечивающими достижение планируемых результатов освоения дисциплины.

## Формируемые компетенции, индикаторы достижения компетенций, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине:

| **Код и наименование компетенции** | **Код и наименование индикатора****достижения компетенции** | **Планируемые результаты обучения** **по дисциплине** |
| --- | --- | --- |
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | ИД-ОПК-1.1Анализ базовых понятий и методов фундаментальных математических дисциплин, использующихся в профессиональной деятельности.ИД-ОПК-1.2Применение фундаментальных знаний, полученных в области математических и естественных наук и их использование в профессиональной деятельности. | * знает принципы и приемы исследования функций методами дифференциального исчисления,
* может поставить и решить задачу исследования функций методами дифференциального исчисления,
* владеет методами исследования функций одного и нескольких аргументов,
* умеет применять методы математического анализа к исследованию последовательностей и функций.
 |

# СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/МОДУЛЯ

* + - 1. Общая трудоёмкость учебной дисциплины/модуля по учебному плану составляет:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| по очной форме обучения –  | 5 | **з.е.** | 180 | **час.** |
| по очно-заочной форме обучения – |  | **з.е.** |  | **час.** |
| по заочной форме обучения –  |  | **з.е.** |  | **час.** |

## Структура учебной дисциплины для обучающихся по видам занятий (очная форма обучения)

|  |
| --- |
| **Структура и объем дисциплины** |
| **Объем дисциплины по семестрам** | **форма промежуточной аттестации** | **всего, час** | **Контактная аудиторная работа, час** | **Самостоятельная работа обучающегося, час** |
| **лекции, час** | **практические занятия, час** | **лабораторные занятия, час** | **практическая подготовка, час** | ***курсовая работа/******курсовой проект*** | **самостоятельная работа обучающегося, час** | **промежуточная аттестация, час** |
| 1 семестр | экзамен | 180 | 51 | 51 |  |  |  | 51 | 27 |
| Всего: |  | 180 | 51 | 51 |  |  |  | 51 | 27 |

## Структура учебной дисциплины/модуля для обучающихся по разделам и темам дисциплины: (очная форма обучения)

| **Планируемые (контролируемые) результаты освоения:** **код(ы) формируемой(ых) компетенции(й) и индикаторов достижения компетенций** | **Наименование разделов, тем;****форма(ы) промежуточной аттестации** | **Виды учебной работы** | **Самостоятельная работа, час** | **Виды и формы контрольных мероприятий, обеспечивающие по совокупности текущий контроль успеваемости;****формы промежуточного контроля успеваемости** |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Контактная работа** |
| **Лекции, час** | **Практические занятия, час** | ***Лабораторные работы/ индивидуальные занятия, час*** | **Практическая подготовка, час** |
|  | **Первыйсеместр** |
| ОПК-1: ИД-OПК-1.1ИД-ОПК-1.2 | **Раздел I. Введение в математический****анализ** | 11 | 11 | х | х | 12 |  |
| Тема 1.1. Множество и его элементы. Операции над множествами. Отображения множеств. Числовая последовательность как пример отображения. Действительные числа, их свойства. Числовые множества.  | 1 |  |  |  | 2 | Формы текущего контроля по разделу I:устный опрос, КР, проверка контрольной работы. |
| Тема 1.2 Числовые функции. Способы задания функций. Область определения и множество значений функции. График функции. Сложные и обратные функции.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 1.3. Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Свойства пределов. Первый замечательный предел.Существование предела монотонной ограниченной последовательности.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 1.4. Предел функции. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. | 4 |  |  |  | 2 |
| Тема 1.5. Срав­нение функций. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение к вычислению пределов.  |  |  |  |  | 2 |
| Тема 1.6. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Локальные свойства непрерывных фун­кций. Непрерывность сложной и обратной функций. Примеры непрерывных функций.  | *2* |  |  |  | 2 |
| Практическое занятие №1.1. Множества и операции над ними. Действительные числа и числовые множества. Числовые функции. Основные элементарные функции. Построение графиков функций.  |  | 1 |  |  |  |
| Практическое занятие №1.2. Построение основных элементарных функций, их свойства и графики.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №1.3. Предел последовательности. Простейшие приемы вычисления пределов.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №1.4. . Предел функции. Исследование функций на непрерывность. Классификация точек разрыва. Вертикальные асимптоты. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №1.5. Срав­нение функций. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение к вычислению пределов. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Локальные свойства непрерывных фун­кций. Непрерывность сложной и обратной функций. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №1.6. Контрольная работа 1 «Вычисление пределов и исследование функций на непрерывность». |  | 2 |  |  |  |
| **Раздел II. Дифференциальное исчисление функций одной переменной** | 11 | 11 |  |  | 11 |
| Тема 2.1 Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к графику функции. | 1 |  |  |  | 1 |
| ОПК-1: ИД-OПК-1.1ИД-ОПК-1.2 | Тема 2.2. Дифференцируемость функции, ее связь с непрерывностью. Левая и правая производные. Производные основных элементарных функций (таблица производных). Свойства производных (основные правила дифференцирования). Производная сложной и обратной функций.  | 4 |  |  |  | 2 |  |
| Тема 2.3. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование функций, заданных неявно или параметрически. |  |  |  |  | 2 | Формы текущего контроля по разделу II:устный опрос, КР, проверка контрольной работы. |
| Тема 2.4. Свойства функций непрерывных на отрезке. Теоремы Ролля, Лагранжа. Применение производной к вычислению пределов (правило Лопиталя), раскрытие неопределенностей. | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 2.5 Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Свойства дифференциалов. Инвариантность формы дифференциала сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 2.6. Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений. | 2 |  |  |  | 2 |
| Практическое занятие №2.1. Дифференцирование явно заданных функций. Логарифмическое дифференцирование. |  |  |  |  |  |
| Практическое занятие № 2.2. Геометрические и механические приложения производной. Дифференцирование функций, заданных неявно или параметрически.  |  | 1 |  |  |  |
| Практическое занятие № 2.3 Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Производные высших порядков.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №2.4. Правило Лопиталя. Раскрытие неопределенностей.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №2.5. Формула Тейлора, ее применение в приближенных вычислениях и при вычислении пределов. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №2.6. Контрольная работа 2 «Техника дифференцирования». |  | 2 |  |  |  |
| **Раздел III. Применение дифференциального исчисления к исследованию поведения функций и построению графиков** | 9 | 9 |  |  | 8 |
| Тема 3.1. Точки экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума.  | 1 |  |  |  | 1 |
| ОПК-1: ИД-OПК-1.1ИД-ОПК-1.2 | Тема 3.2. Исследование функций на возрастание и убывание. | 2 |  |  |  | 2 |  |
| Тема 3.3. Достаточные условия локального экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции.  | 2 |  |  |  | 2 | Формы текущего контроля по разделу III:устный опрос, КР, проверка контрольной работы. |
| Тема 3.4. Исследование выпуклости функции. Точки перегиба, их нахождение. Асимптоты графиков функций.  | 4 |  |  |  | 2 |
| Тема 3.5. Общая схема исследования функции и построения ее графика. |  |  |  |  | 1 |
| Практическое занятие №3.1. Исследование функции на возрастание и убывание. Точки экстремума функции. |  | 1 |  |  |  |
| Практическое занятие №3.2. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №3.3. Исследование выпуклости и вогнутости. Нахождение точек перегиба. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №3.4. Асимптоты кривых. Общее исследование функции и построение ее графика. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №3.5. Контрольная работа 3 «Исследование функций и построение графиков». |  | 2 |  |  |  |
| **Раздел IV. Дифференциальное исчисление функций нескольких пе­ре­ме­н­ных** | 20 | 20 |  |  | 20 |
| Тема 4.1. Функции нескольких переменных. Область определения. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных, их свойства. Точки, линии и поверхности разрыва.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 4.2. Частные производные, их геометрический смысл. Полное приращение и полный дифференциал. Геометрический смысл и свойства дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 4.3. Уравнение касательной плоскости к поверхности. Производная по направлению. Градиент и его свойства. | 4 |  |  |  | 2 |
| Тема 4.4. Дифференцирование сложных функций. Полная производная.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 4.5. Частные производные высших порядков.  |  |  |  |  | 2 |
| ОПК-1: ИД-OПК-1.1ИД-ОПК-1.2 | Тема 4.6. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. | 2 |  |  |  | 2 |  |
| Тема 4.7. Неявные функции. Дифференцирование неявных функций.  | 2 |  |  |  | 2 | Формы текущего контроля по разделу IV:устный опрос, КР, проверка контрольной работы. |
| Тема 4.8. Экстремумы функций нескольких переменных.  | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 4.9. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. | 2 |  |  |  | 2 |
| Тема 4.10. Нахождение наибольших и наименьших значений. | 2 |  |  |  | 2 |
| Практическое занятие №4.1. Функции нескольких переменных. Область определения. Линии и поверхности уровня. Нахождение частных производных.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.2. Дифференциал функции, его применение к приближенным вычислениям. Касательная плоскость, нормаль к поверхности. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.3. Дифференцирование сложных и неявно заданных функций.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.4. Частные производные высших порядков.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.5. Формула Тейлора для функции нескольких аргументов. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.6. . Производная по направлению, градиент.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.7. Экстремум функции нескольких переменных. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.8. Условный экстремум.  |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.9. Наибольшее и наименьшее значения функции. |  | 2 |  |  |  |
| Практическое занятие №4.10. Контрольная работа 4 «Функции нескольких пе­ре­ме­н­ных». |  | 2 |  |  |  |
| Экзамен | х | х | х | х | 27 |
| **ИТОГО за первый семестр** | **51** | **51** |  |  | **51** |
|  | **ИТОГО за весь период** | **51** | **51** |  |  | **51** | Экзамен проводится в устной форме по билетам согласно программе экзамена |

## Краткое содержание учебной дисциплины

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ пп** | **Наименование раздела и темы дисциплины** | **Содержание раздела (темы)** |
| **Раздел I** | **Введение в математический****анализ** |
| Тема 1.1 | Множество и его элементы. Операции над множествами. Отображения множеств. Числовая последовательность как пример отображения. Действительные числа, их свойства. Числовые множества.  | Множества и операции над ними. Действительные числа и числовые множества. Теорема о полноте действительных чисел. Числовые функции функционалы и операторы. Основные элементарные функции. Построение графиков функций.  |
| Тема 1.2 | Числовые функции. Способы задания функций. Область определения и множество значений функции. График функции. Сложные и обратные функции.  | Характеристики элементарных числовых функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность. Основные элементарные функции, их свойства и графики.  |
| Тема 1.3 | Числовая последовательность и ее предел. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Свойства пределов. Первый замечательный предел.Существование предела монотонной ограниченной последовательности.  | Определение предела последовательности, разнообразные иллюстрации понятия предела. Определение бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей. Доказательство первого замечательного предела.Теорема о существовании предела монотонной ограниченной последовательности. |
| Тема 1.4 | Предел функции. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел. | Определение предел функции. Аналогия с пределом последовательности. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Первый замечательный предел. Второй замечательный предел  |
| Тема 1.5. | Сравнение функций. Бесконечно большие функции, их связь с бесконечно малыми. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение к вычислению пределов | Бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых. Бесконечно большие функции, их связь с бесконечно малыми. Эквивалентные бесконечные малые, их применение к вычислению пределов.. Простейшие приемы вычисления пределов. Вычисление пределов с помощью замечательных пределов.. |
| Тема 1.6. | Непрерывность функции в точке и на отрезке. Локальные свойства непрерывных фун­кций. Непрерывность сложной и обратной функций. Примеры непрерывных функций. | Определение непрерывных функций Контрпримеры. Элементарные функции, их непрерывность. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва, их классификация. Свойства функций, непрерывных на отрезке. |
| **Раздел II** | **Дифференциальное исчисление функций одной переменной** |
| Тема 2.1 | Производная функции. Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к графику функции. | Определение производная функции, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной к графику функции. Связь существования производной с непрерывностью функции необходимые услови существования производной. Задачи, приводящие к понятию производной.  |
| Тема 2.2 | Дифференцируемость функции, ее связь с непрерывностью. Левая и правая производные. Производные основных элементарных функций (таблица производных). Свойства производных (основные правила дифференцирования). Производная сложной и обратной функций. | Определение левой и правой производных. Теорема о существовании производной при условии существования односторонних производных. Производные основных элементарных функций (таблица производных). Свойства производных (основные правила дифференцирования). Вывод правила дифференцирования сложной и обратной функций. |
| Тема 2.3 | Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование функций, заданных неявно или параметрически. | Особые приемы вычисления производных от показательно-степенных функций. Вывод формул для производных функций, заданных неявно или параметрически. |
| Тема 2.4. | Свойства функций непрерывных на отрезке. Теоремы Ролля, Лагранжа. Применение производной к вычислению пределов (правило Лопиталя), раскрытие неопределенностей. | Доказательства основных теорем для функций, непрерывных на отрезке - Ролля, Лагранжа. Вывод правила Лопиталя, его применение к раскрытию неопределенностей при вычислении пределов. |
| Тема 2.5 | Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Свойства дифференциалов. Инвариантность формы дифференциала сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков. | Определение дифференциала функции, иллюстрация его геометрического смысла. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Свойства дифференциалов. Вывод инвариантности формы дифференциала сложной функции. Определение производных и дифференциалов высших порядков. |
| Тема 2.6. | Формулы Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений. | Вывод формул Тейлора и Маклорена Изучение оценки остаточного члена в форме Лагранжа. Вывод разложения основных элементарных функций. Применение формулы Тейлора для приближенных вычислений. |
| **Раздел III** | **Применение дифференциального исчисления к исследованию поведения функций и построению графиков** |
| Тема 3.1. | Точки экстремума функции. Необходимое условие локального экстремума. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа и ее следствия. | Определение точек экстремума. Необходимые условия точек экстремума. Критические точки. |
| Тема 3.2. | Исследование функций на возрастание и убывание. | Применение методов дифференциального исчисления для определения промежутков монотонности функции. |
| Тема 3.3. | Достаточные условия локального экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции. | Формулировка и доказательство достаточных условий экстремума. Определение наибольшего и наименьшего значений функции. Различие этих понятий для замкнутого и открытого множества. |
| Тема 3.4. | Исследование выпуклости функции. Точки перегиба, их нахождение. Асимптоты графиков функций | Формулировка определения выпуклости и вогнутости функции. Определение очки перегиба, способы их нахождения. Определение асимптоты графиков функций, вывод формул для коэффициентов в уравнении асимптоты. |
| Тема 3.5. | Общая схема исследования функции и построения ее графика. | Формулировка и обоснование общей схемы исследования функции и построения ее графика. |
| **Раздел IV** | **Дифференциальное исчисление функций нескольких пе­ре­ме­н­ных** |
| Тема 4.1 | Функции нескольких переменных. Область определения. График функции двух переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных, их свойства. Точки, линии и поверхности разрыва. | Определение функции нескольких переменных, понятие графика функции нескольких переменных. Область определения. Определение линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных, их свойства. Принципиальные отличия предела функции нескольких и одного переменного. Определение точки, линии и поверхности разрыва. |
| Тема 4.2 | Частные производные, их геометрический смысл. Полное приращение и полный дифференциал. Геометрический смысл и свойства дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.  | Определение и обозначение частных производных, их геометрический смысл. Определение и обозначение полного приращения и полныго дифференциал. Геометрический смысл и свойства дифференциала. Методика применения дифференциала в приближенных вычислениях.  |
| Тема 4.3. | Уравнение касательной плоскости к поверхности. Производная по направлению. Градиент и его свойства. | Определение касательной плоскости к поверхности вывод уравнения. Определение производной по направлению, вывод уравнения. Определение градиента и его свойства, связь с производной по направлению. |
| Тема 4.4. | Дифференцирование сложных функций. Полная производная. | Вывод формул для полной производной и полного дифференциала сложной функции. |
| Тема 4.5. | Частные производные высших порядков.  | Определение частных производных высших порядков. Теорема о независимости смешанных производных от порядка дифференцирования.  |
| Тема 4.6. | Формула Тейлора для функции нескольких переменных. |  |
| Тема 4.7 | Неявные функции. Дифференцирование неявных функций.  | Способы задания неявных функций. Правила дифференцирования неявных функций. Уравнение касательной к кривой, заданной неявно. Касательная плоскость к поверхности, заданной неявно |
| Тема 4.8. | Экстремумы функций нескольких переменных.  | Определение экстремума функций нескольких переменных. Доказательство необходимого условия экстремума. Доказательство достаточных условий экстремума для функции двух переменных. |
| Тема 4.9. | Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. | Определение условного экстремума. Вывод необходимых условий методом множителей Лагранжа. |
| Тема 4.10. | Нахождение наибольших и наименьших значений. | Определение наибольших и наименьших значений функции нескольких аргументов. Супремум и инфимум в замкнутой и отрытой областях |

## Организация самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студента – обязательная часть образовательного процесса, направленная на развитие готовности к профессиональному и личностному самообразованию, на проектирование дальнейшего образовательного маршрута и профессиональной карьеры.

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине организована как совокупность аудиторных и внеаудиторных занятий и работ, обеспечивающих успешное освоение дисциплины.

Аудиторная самостоятельная работа обучающихся по дисциплине выполняется на учебных занятиях под руководством преподавателя и по его заданию*.* Аудиторная самостоятельная работа обучающихся входит в общий объем времени, отведенного учебным планом на аудиторную работу, и регламентируется расписанием учебных занятий.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся – планируемая учебная, научно-исследовательская, практическая работа обучающихся, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия, расписанием учебных занятий не регламентируется.

Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся включает в себя:

подготовку к лекциям, практическим занятиям, зачетам;

изучение учебных пособий;

изучение тем, не выносимых на лекции и практические занятия самостоятельно;

написание тематических докладов, рефератов на проблемные темы;

изучение теоретического и практического материала по рекомендованным источникам;

выполнение домашних заданий;

подготовка к контрольной работе;

выполнение индивидуальных заданий;

подготовка к промежуточной аттестации в течение семестра;

Самостоятельная работа обучающихся с участием преподавателя в форме иной контактной работы предусматривает групповую или индивидуальную работу с обучающимися и включает в себя:

проведение индивидуальных и групповых консультаций по отдельным темам/разделам дисциплины;

проведение консультаций перед экзаменом;

Перечень разделов/тем/, полностью или частично отнесенных на самостоятельное изучение с последующим контролем:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ пп** | **Наименование раздела и темы дисциплины*,* выносимые на самостоятельное изучение** | **Задания для самостоятельной работы** | **Виды и формы контрольных мероприятий****(учитываются при проведении текущего контроля)** | **Трудоемкость, час** |
| **Раздел I** | **Введение в математический****анализ** |
| Тема 1.5 | Сравнение функций. Бесконечно большие функции, их связь с бесконечно малыми. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение к вычислению пределов | Изучить методы сравнения функций, понять определение бесконечно больших функций, их связь с бесконечно малыми. Изучить понятие эквивалентных бесконечно малых функции, их применение к вычислению пределов | Устное собеседование по результатам выполненной работы. | **4** |
| **Раздел II** | **Дифференциальное исчисление функций одной переменной** |
| Тема 2.3. | Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование функций, заданных неявно или параметрически. | Изучить принцип и случаи применения логарифмического дифференцирования. Изучить способы дифференцирования функций, заданных неявно или параметрически. | Устное собеседование по результатам выполненной работы, контрольвыполненных работ в текущей аттестации. | 4 |
| **Раздел III** | **Применение дифференциального исчисления к исследованию поведения функций и построению графиков** |  |
| Тема 3.5. | Общая схема исследования функции и построения ее графика. | Изучить методику схемы исследования функции и построения ее графика и применить ее для заданного примера. | Устное собеседование по результатам выполненной работы. | 4 |
| **Раздел IV** | **Дифференциальное исчисление функций нескольких пе­ре­ме­н­ных** |
| Тема 4.5. | Частные производные высших порядков. | Изучить определение частных производных высших порядков, условие равенства смешанных производных | Устное собеседование по результатам выполненной работы, контрольвыполненных работ в текущей аттестации. | 4 |

## Применение электронного обучения, дистанционных образовательных технологий

При реализации программы учебной дисциплины электронное обучение и дистанционные образовательные технологии не применяются.

# РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ УРОВНЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ, СИСТЕМА И ШКАЛА ОЦЕНИВАНИЯ

## Соотнесение планируемых результатов обучения с уровнями сформированности компетенций.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Уровни сформированности компетенций** | **Итоговое количество баллов****в 100-балльной системе****по результатам текущей и промежуточной аттестации** | **Оценка в пятибалльной системе****по результатам текущей и промежуточной аттестации** | **Показатели уровня сформированности**  |
| **универсальных** **компетенции(-й)** | **общепрофессиональной(-ых) компетенций** | **профессиональной(-ых)****компетенции(-й)** |
|  | ОПК-1ИД-ОПК-1.1ИД-ОПК-1.2 |  |
| высокий | 85 – 100 | отлично/зачтено (отлично)/зачтено |  | Обучающийся:* исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет связывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения;
* показывает творческие способности в понимании, изложении и практическом использовании методов математического анализа;
* дополняет теоретическую информацию сведениями исследовательского характера;
* свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе;
* дает развернутые, исчерпывающие, профессионально грамотные ответы на вопросы, в том числе, дополнительные.
 |  |
| повышенный | 65 – 84 | хорошо/зачтено (хорошо)/зачтено |  | Обучающийся:* достаточно подробно, грамотно и по существу излагает изученный материал, приводит и раскрывает в тезисной форме основные понятия;
* анализирует и решает поставленные задачи среднего уровня сложности с незначительными пробелами;
* допускает единичные негрубые ошибки;
* достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе;
* ответ отражает знание теоретического и практического материала, не допуская существенных неточностей.
 |  |
| базовый | 41 – 64 | удовлетворительно/зачтено (удовлетворительно)/зачтено |  | Обучающийся:* демонстрирует теоретические знания основного учебного материала дисциплины в объеме, необходимом для дальнейшего освоения ОПОП;
* с затруднениями прослеживает логику предмета, опираясь на нечёткие представления;
* демонстрирует фрагментарные знания основной учебной литературы по дисциплине;
* ответ отражает знания на базовом уровне теоретического и практического материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профилю обучения.
 |  |
| низкий | 0 – 40 | неудовлетворительно/не зачтено | Обучающийся:* демонстрирует фрагментарные знания теоретического и практического материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации;
* испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами;
* не способен проанализировать поставленную задачу и решить её;
* выполняет задания только по образцу и под руководством преподавателя;
* ответ отражает отсутствие знаний на базовом уровне теоретического и практического материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы.
 |

# ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ, ВКЛЮЧАЯ САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ ОБУЧАЮЩИХСЯ

* + - 1. При проведении контроля самостоятельной работы обучающихся, текущего контроля и промежуточной аттестации по учебной дисциплине «Математический анализ I» проверяется уровень сформированности у обучающихся компетенций и запланированных результатов обучения по дисциплине*,* указанных в разделе 2 настоящей программы.

## Формы текущего контроля успеваемости, примеры типовых заданий:

| № пп | Формы текущего контроля | * + - 1. Примеры типовых заданий
 |
| --- | --- | --- |
| 1 | Контрольная работа по теме 1.Введение в математическийанализ | Найти область определения функции: Найти точки разрыва функции: Найти область определения функции:.Вычислить предел .Вычислить предел . |
|  | Контрольная работа по теме 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной | Найти производную функции .Найти производную функции .Найти производную функции .Найти производную функции . Найти производную функции . |
|  | Контрольная работа по теме 3. Применение дифференциального исчисления к исследованию поведения функций и построению графиков | Найти интервалы возрастания функции . Найти точку максимума функции .На отрезке  найти наименьшее значение функции.Найти интервалы выпуклости функции .Найти интервалы выпуклости и вогнутости, а также точки перегиба для функции . |
|  | Контрольная работа по теме 4. Дифференциальное исчисление функций нескольких пе­ре­ме­н­ных. | Вычислить производные сложной функции:, где , ; , Исследовать функции на экстремум. на экстремум.Найти условный экстремум функции  при условии .Найти условный экстремум функции  при условии . |

## Критерии, шкалы оценивания текущего контроля успеваемости:

| **Наименование оценочного средства (контрольно-оценочного мероприятия)** | **Критерии оценивания** | **Шкалы оценивания** |
| --- | --- | --- |
| **100-балльная система** | **Пятибалльная система** |
| Контрольная работа | Обучающийся демонстрирует грамотное решение всех задач, использование правильных методов решения при незначительных вычислительных погрешностях (арифметических ошибках);  | 13 – 15 баллов | 5 |
| Продемонстрировано использование правильных методов при решении задач при наличии существенных ошибок в 1-2 из них;  | 8 – 12 баллов | 4 |
| Обучающийся использует верные методы решения, но правильные ответы в большинстве случаев (в том числе из-за арифметических ошибок) отсутствуют; | 4 – 7 баллов | 3 |
| Обучающимся использованы неверные методы решения, отсутствуют верные ответы. | 0 – 3 баллов | 2 |

## Промежуточная аттестация:

|  |  |
| --- | --- |
| **Форма промежуточной аттестации** | **Типовые контрольные задания и иные материалы****для проведения промежуточной аттестации:** |
| Экзамен в устной форме по билетам | **Билет 1:**Вопрос 1. Определение предела числовой функции и бесконечно малых функций.Вопрос 2. Формула Тейлора для функции нескольких переменных.Вопрос 3. Вычислить предел .**Билет 2:**Вопрос 1. Первый замечательный предел, его обобщения и следствия.Вопрос 2. Неявные функции. Дифференцирование неявных функций.Вопрос 3. Вычислить производную функции .**Билет 3:**Вопрос 1. Множества. Операции над множествами. Отображения множеств. Множество действительных чисел. Числовые множества. Вопрос 2. Нахождение наибольших и наименьших значений функции нескольких переменных.Вопрос 3. Вычислить производные первого порядка от функции~~.~~**Билет 4:**Вопрос 1. Числовая функция, ее область определения и множество значений. График функции. Характеристики функций: четность и нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.Вопрос 2. Условный экстремум функции двух аргументов.Вопрос 3. Вычислить производную  от неявной функции, заданной уравнением.**Билет 5:**Вопрос 1. Множества. Операции над множествами. Отображения множеств. Множество действительных чисел. Числовые множества. Вопрос 2. Экстремумы функций нескольких переменных. Необходимое условие экстремума.Вопрос 3. Вычислитьчастные производные первого порядка от функции. |

## Критерии, шкалы оценивания промежуточной аттестации учебной дисциплины:

| **Форма промежуточной аттестации** | **Критерии оценивания** | **Шкалы оценивания** |
| --- | --- | --- |
| **Наименование оценочного средства** | **100-балльная система** | **Пятибалльная система** |
|  |  | 4 | 65% - 84% |
|  | 3 | 41% - 64% |
|  | 2 | 40% и менее 40% |
| Экзамен в устной форме по билетам | Обучающийся:* демонстрирует знания, отличающиеся глубиной и содержательностью, дает полный исчерпывающий ответ, как на основные вопросы билета, так и на дополнительные;
* свободно владеет научными понятиями, ведет диалог и вступает в научную дискуссию;
* способен к интеграции знаний по определенной теме, структурированию ответа, к анализу положений существующих теорий, научных школ, направлений по вопросу билета;
* логично и доказательно раскрывает проблему, предложенную в билете;
* свободно выполняет практические задания повышенной сложности, предусмотренные программой, демонстрирует системную работу с основной и дополнительной литературой.

Ответ не содержит фактических ошибок и характеризуется глубиной, полнотой, уверенностью суждений, иллюстрируется примерами, в том числе из собственной практики. |  | 5 |
| Обучающийся:* показывает достаточное знание учебного материала, но допускает несущественные фактические ошибки, которые способен исправить самостоятельно, благодаря наводящему вопросу;
* недостаточно раскрыта проблема по одному из вопросов билета;
* недостаточно логично построено изложение вопроса;
* успешно выполняет предусмотренные в программе практические задания средней сложности, активно работает с основной литературой,
* демонстрирует, в целом, системный подход к решению практических задач, к самостоятельному пополнению и обновлению знаний в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

В ответе раскрыто, в основном, содержание билета, имеются неточности при ответе на дополнительные вопросы. |  | 4 |
| Обучающийся:* показывает знания фрагментарного характера, которые отличаются поверхностностью и малой содержательностью, допускает фактические грубые ошибки;
* не может обосновать закономерности и принципы, объяснить факты, нарушена логика изложения, отсутствует осмысленность представляемого материала, представления о межпредметных связях слабые;
* справляется с выполнением практических заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой, допускает погрешности и ошибки при теоретических ответах и в ходе практической работы.

Содержание билета раскрыто слабо, имеются неточности при ответе на основные и дополнительные вопросы билета, ответ носит репродуктивный характер. Неуверенно, с большими затруднениями решает практические задачи или не справляется с ними самостоятельно. |  | 3 |
| Обучающийся, обнаруживает существенные пробелы в знаниях основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой практических заданий. На большую часть дополнительных вопросов по содержанию экзамена затрудняется дать ответ или не дает верных ответов. |  | 2 |

## Примерные темы курсовой работы/курсового проекта: не применимо.

## Критерии, шкалы оценивания курсовой работы/курсового проекта: не применимо.

## Система оценивания результатов текущего контроля и промежуточной аттестации.

Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Форма контроля** | **100-балльная система**  | **Пятибалльная система** |
| Текущий контроль:  |  |  |
|  - опрос | 0 - 5 баллов | 2 – 5 или зачтено/не зачтено |
|  - контрольная работа | 0 - 20 баллов | 2 – 5 или зачтено/не зачтено |
| Промежуточная аттестация: по результатам контрольных работ, домашних заданий, устных опросов | 0 - 30 баллов | отличнохорошоудовлетворительнонеудовлетворительнозачтеноне зачтено |
| **Итого за семестр** Экзамен  | 0 - 100 баллов |

* + - 1. Полученный совокупный результат конвертируется в пятибалльную систему оценок в соответствии с таблицей:

|  |  |
| --- | --- |
| **100-балльная система** | **пятибалльная система** |
| **зачет с оценкой/экзамен** | **зачет** |
| 85 – 100 баллов | отличнозачтено (отлично) | зачтено |
| 65 – 84 баллов | хорошозачтено (хорошо) |
| 41 – 64 баллов | удовлетворительнозачтено (удовлетворительно) |
| 0 – 40 баллов | неудовлетворительно | не зачтено |

# ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

* + - 1. Реализация программы предусматривает использование в процессе обучения следующих образовательных технологий:
		- проблемная лекция;
		- поиск и обработка информации с использованием сети Интернет;
		- использование на лекционных занятиях наглядных пособий;

# ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

* + - 1. Практическая подготовка в рамках учебной дисциплины реализуется при проведении практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.
			2. Проводятся отдельные занятия лекционного типа, которые предусматривают передачу учебной информации обучающимся, которая необходима для последующего выполнения практической работы.

# ОРГАНИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

* + - 1. При обучении лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидовиспользуются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуального обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения, проведение дополнительных индивидуальных консультаций по изучаемым теоретическим вопросам и практическим занятиям, оказание помощи при подготовке к промежуточной аттестации.
			2. При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса лицам с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для дистанционного обучения.
			3. Учебные и контрольно-измерительные материалы представляются в формах, доступных для изучения студентами с особыми образовательными потребностями с учетом нозологических групп инвалидов:
			4. Для подготовки к ответу на практическом занятии, студентам с ограниченными возможностями здоровья среднее время увеличивается по сравнению со средним временем подготовки обычного студента.
			5. Для студентов с инвалидностью или с ограниченными возможностями здоровья форма проведения текущей и промежуточной аттестации устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно на бумаге, письменно на компьютере, в форме тестирования и т.п.).
			6. Промежуточная аттестация по дисциплине может проводиться в несколько этапов в форме рубежного контроля по завершению изучения отдельных тем дисциплины. При необходимости студенту предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.
			7. Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся создаются, при необходимости, фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе.

# МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

* + - 1. Материально-техническое обеспечение дисциплины при обучении с использованием традиционных технологий обучения.

| **Наименование учебных аудиторий, лабораторий, мастерских, библиотек, спортзалов, помещений для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования и т.п.** | **Оснащенность учебных аудиторий, лабораторий, мастерских, библиотек, спортивных залов, помещений для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования и т.п.** |
| --- | --- |
| ***119071, г. Москва, Малый Калужский переулок, дом 2, строение 6*** |
| 119071, г. Москва, ул. Малая Калужская, д.1. Аудитория №1518:- компьютерный класс для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации; - помещение для самостоятельной работы, в том числе, научно- исследовательской, подготовки курсовых и выпускных квалификационных работ (в свободное от учебных занятии и профилактических работ время).  | * Комплект учебной мебели, доска меловая, 8 персональных компьютеров с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду организации
 |
| 119071, г. Москва, ул. Малая Калужская, д.1. Аудитория №1518:- компьютерный класс для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации; - помещение для самостоятельной работы, в том числе, научно- исследовательской, подготовки курсовых и выпускных квалификационных работ (в свободное от учебных занятии и профилактических работ время).  |  Комплект учебной мебели, доска меловая, технические  средства  обучения, служащие для представления учебной информации:  экран на треноге, проектор, 7 персональных компьютеров с подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду организации  |
| **Помещения для самостоятельной работы обучающихся** | **Оснащенность помещений для самостоятельной работы обучающихся** |
| читальный зал библиотеки: | * компьютерная техника;подключение к сети «Интернет»
 |

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/УЧЕБНОГО МОДУЛЯ

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Автор(ы)** | **Наименование издания** | **Вид издания (учебник, УП, МП и др.)** | **Издательство** | **Год** **издания** | **Адрес сайта ЭБС** **или электронного ресурса *(заполняется для изданий в электронном виде)*** | **Количество экземпляров в библиотеке Университета**  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **10.1 Основная литература, в том числе электронные издания** |  |  |
| *1* | *Кудрявцев Л.Д. .* | *Курс математического анализа Т.1 : Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной.*  | *учебник* | *Дрофа М. :, Изд. 5-е, перераб. и доп.. - 704 с. -* | *2003* | [*http://biblio.mgudt.ru*](http://biblio.mgudt.ru/) |  |
| *2* | *Бермант, А. Ф* | *Краткий курс математического анализа для ВТУЗов*  | *учебное пособие* | *ФИЗМАТЛИТ9-е изд. - М, 2002.*  | *1969* | [*http://biblio.mgudt.ru*](http://biblio.mgudt.ru/) |  |
| *3* | *Берман, Г. Н.* | *Сборник задач по курсу математического анализа* | *учебное пособие* | *Профессия, - М. :,22-е изд., перераб.. - 432 с. -* | *2002* | [*http://biblio.mgudt.ru*](http://biblio.mgudt.ru/) |  |
| *4.* | *Агарева О.Ю., Селиванов Ю.В.* | *Функции многих переменных* | *учебное пособие* | *РГУ им АН Косыгина* | *2019* | [*http://biblio.mgudt.ru*](http://biblio.mgudt.ru/) |  |
| *5.* | *Солодов А. А.*  | *Дифференциальное исчисление функций одного аргумента* | *учебное пособие* | *РГУ им АН Косыгина* | *2021* | [*http://biblio.mgudt.ru*](http://biblio.mgudt.ru/) |  |
| **10.2 Дополнительная литература, в том числе электронные издания**  |  |  |
| *1* | *В.Г. Шершнев.*  | *Математический анализ* | *Учебное пособие* | *М.: НИЦ ИНФРА-М, - 288 с* | *2014.* |  <http://znanium.com/> |  |
| *2* | *В.Г. Шершнев.*  | *Математический анализ: сборник задач с решениями* | *Учебное пособие* | *М.: НИЦ ИНФРА-М,. – 164с.* | *2013* |  <http://znanium.com/> |  |
| **9.3 Методические материалы (указания, рекомендации по освоению дисциплины (модуля) авторов РГУ им. А. Н. Косыгина)** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
| *..* |  |  |  |  |  |  |  |

# ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

## Ресурсы электронной библиотеки, информационно-справочные системы и профессиональные базы данных:

|  |  |
| --- | --- |
| **№ пп** | **Электронные учебные издания, электронные образовательные ресурсы** |
|  | ЭБС «Лань» <http://www.e.lanbook.com/> |
|  | «Znanium.com» научно-издательского центра «Инфра-М»<http://znanium.com/>  |
|  | Электронные издания «РГУ им. А.Н. Косыгина» на платформе ЭБС «Znanium.com» <http://znanium.com/> |
|  | **Профессиональные базы данных, информационные справочные системы** |
|  | https://www.ncbi.nlm.nih.gov/genbank/ – GenBank: база данных ДНК. |
|  | https://www.uniprot.org/ – SwissProt: база данных белковых последовательностей. |
|  | https://www.ensembl.org/index.html – Ensembl: геномная база данных. |

## Перечень программного обеспечения

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№п/п** | **Программное обеспечение** | **Реквизиты подтверждающего документа/ Свободно распространяемое** |
|  | Windows 10 Pro, MS Office 2019  | контракт № 18-ЭА-44-19 от 20.05.2019 |
|  | PrototypingSketchUp: 3D modeling for everyone | контракт № 18-ЭА-44-19 от 20.05.2019 |

### ЛИСТ УЧЕТА ОБНОВЛЕНИЙ РАБОЧЕЙ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ/МОДУЛЯ

В рабочую программу учебной дисциплины/модуля внесены изменения/обновления и утверждены на заседании кафедры:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ пп** | **год обновления РПД** | **характер изменений/обновлений** **с указанием раздела** | **номер протокола и дата заседания** **кафедры** |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |