

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство)»

ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА

на направления 01.03.02, 05.03.06, 09.03.01, 09.03.02, 13.03.01, 15.03.02, 15.03.06, 18.03.01, 20.03.01, 20.03.01, 27.03.01, 29.03.01, 29.03.02, 29.03.03, 29.03.04, 29.03.05, 37.03.01, 38.03.01, 38.03.02, 38.03.04, 38.03.05, 39.03.01, 43.03.01, 33.05.01, 38.05.01

Программа составлена с учетом обязательного минимума содержания общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 19.05.98 г. №1236), обязательного минимума содержания среднего (полного) общего образования по математике (приказ Минобрнауки России от 30.06.99 г. №56), Федерального стандарта общего образования «Математика» (приказ Минобрнауки России от 05.03.2004 г. №1089).

Уровень предъявления содержания учебного материала в билете на вступительном испытании соотнесен с требованиями государственного стандарта к подготовке выпускников средней (полной) школы. Благодаря этому обеспечена независимость от вариативных подходов к преподаванию математики в средней (полной) школе по различным программам и учебникам.

Экзамен проводится в электронно-образовательной среде ФГБОУ ВО «РГУ им. А.Н. Косыгина» в соответствии с «Правилами проведения вступительных испытаний на онлайн-платформе университета с использованием программы прокторинга» <https://rguk.ru/applicant/conducting-entrance-tests-using-remote-technologies/>

Согласно описанному подходу определена структура и содержание экзаменационной работы. Экзаменационный билет включает задания, проверяющие усвоение содержания всех ведущих разделов (тем) школьного курса математики. Равноценность всех вариантов экзаменационных билетов обеспечивается строгим соблюдением одинакового числа заданий, проверяющих усвоение основных элементов содержания разделов курса.

Максимальное количество баллов за вступительное испытание – 100 баллов, минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, – 39 баллов.

АРИФМЕТИКА

Натуральные числа. Десятичная система счисления. Римская нумерация. Арифметические действия над натуральными числами. Степень с натуральным показателем.

Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Деление с остатком.

Дроби. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части.

Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.

Рациональные числа. Целые числа: положительные, отрицательные и нуль. Модуль (абсолютная величина) числа. Сравнение рациональных чисел. Арифметические действия с рациональными числами. Степень с целым показателем.

Числовые выражения, порядок действий в них, использование скобок. Законы арифметических действий: переместительный, сочетательный, распределительный.

Действительные числа. Квадратный корень из числа. Корень третьей степени. *Понятие о корне n -ой степени из числа¹.* Нахождение приближенного значения корня с помощью калькулятора. Запись корней с помощью степени с дробным показателем.

Понятие об иррациональном числе. Иррациональность числа. Десятичные приближения иррациональных чисел.

Действительные числа как бесконечные десятичные дроби. Сравнение действительных чисел, *арифметические действия над ними.* Этапы развития представления о числе.

Текстовые задачи. Решение текстовых задач арифметическим способом.

Измерения, приближения, оценки. Единицы измерения длины, площади, объема, массы, времени, скорости. Размеры объектов окружающего мира (от элементарных частиц до Вселенной), длительность процессов в окружающем мире.

Представление зависимости между величинами в виде формул.

Проценты. Нахождение процента от величины, величины по ее проценту.

Отношение, выражение отношения в процентах. Пропорция. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости. Округление чисел. Прикидка и оценка результатов вычислений. Выделение множителя – степени десяти в записи числа.

АЛГЕБРА

Алгебраические выражения. Буквенные выражения (выражения с переменными). Числовое значение буквенного выражения. Допустимые значения переменных, входящих в алгебраические выражения. Подстановка выражений вместо переменных. Равенство буквенных выражений. Тождество, доказательство тождеств. Преобразования выражений.

Свойства степеней с целым показателем. Многочлены. Сложение, вычитание, умножение многочленов. Формулы сокращенного умножения: квадрат суммы и квадрат разности, *куб суммы и куб разности*. Формула разности квадратов, *формула суммы кубов и разности кубов*. Разложение многочлена на множители. Квадратный трехчлен. *Выделение полного квадрата в квадратном трехчлене*. Теорема Виета.

Разложение квадратного трехчлена на линейные множители. Многочлены с одной переменной. Степень многочлена. Корень многочлена.

Алгебраическая дробь. Сокращение дробей. Действия с алгебраическими дробями.

Рациональные выражения и их преобразования. Свойства квадратных корней и их применение в вычислениях.

Уравнения и неравенства. Уравнение с одной переменной. Корень уравнения. Линейное уравнение. Квадратное уравнение: формула корней квадратного уравнения. Решение рациональных уравнений. Примеры решения уравнений высших степеней; методы замены переменной, разложения на множители.

Уравнение с двумя переменными; решение уравнения с двумя переменными. Система уравнений; решение системы. Система двух линейных уравнений с двумя переменными; решение подстановкой и алгебраическим сложением. Уравнение с несколькими переменными. Примеры решения нелинейных систем. *Примеры решения уравнений в целых числах*.

¹ Курсивом в тексте выделен материал, который подлежит изучению, но не включается в Требования к уровню подготовки выпускников.

Неравенство с одной переменной. Решение неравенства. Линейные неравенства с одной переменной и их системы. Квадратные неравенства. *Примеры решения дробно-линейных неравенств*

Числовые неравенства и их свойства. *Доказательство числовых и алгебраических неравенств.*

Переход от словесной формулировки соотношений между величинами к алгебраической.

Решение текстовых задач алгебраическим способом.

Числовые последовательности. Понятие последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы общего члена арифметической и геометрической прогрессий, суммы первых нескольких членов арифметической и геометрической прогрессий.

Сложные проценты.

Числовые функции. Понятие функции. Область определения функции. Способы задания функции. График функции, возрастание и убывание функции, наибольшее и наименьшее значения функции, нули функции, промежутки знакопостоянства. Чтение графиков функций.

Функции, описывающие прямую и обратную пропорциональную зависимости, их графики. Линейная функция, ее график, геометрический смысл коэффициентов. Гипербола. Квадратичная функция, ее график, парабола. Координаты вершины параболы, ось симметрии. *Степенные функции с натуральным показателем, их графики.* Графики функций: корень квадратный, корень кубический, модуль. Использование графиков функций для решения уравнений и систем.

Примеры графических зависимостей, отражающих реальные процессы: колебание, показательный рост. *Числовые функции, описывающие эти процессы.*

Параллельный перенос графиков вдоль осей координат и симметрия относительно осей.

Координаты. Изображение чисел точками координатной прямой. Геометрический смысл модуля числа. Числовые промежутки: интервал, отрезок, луч. *Формула расстояния между точками координатной прямой.*

Декартовы координаты на плоскости; координаты точки. Координаты середины отрезка. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение прямой, угловой коэффициент прямой, условие параллельности прямых. Уравнение окружности с центром в начале координат *и в любой заданной точке.*

Графическая интерпретация уравнений с двумя переменными и их систем, неравенств с двумя переменными и их систем.

ГЕОМЕТРИЯ

Начальные понятия и теоремы геометрии

Возникновение геометрии из практики.

Геометрические фигуры и тела. Равенство в геометрии.

Точка, прямая и плоскость.

Понятие о геометрическом месте точек.

Расстояние. Отрезок, луч. Ломаная.

Угол. Прямой угол. Острые и тупые углы. Вертикальные и смежные углы. Биссектриса угла и ее свойства.

Параллельные и пересекающиеся прямые. Перпендикулярность прямых. Теоремы о параллельности и перпендикулярности прямых. Свойство серединного перпендикуляра к отрезку. Перпендикуляр и наклонная к прямой. Многоугольники.

Окружность и круг.

Наглядные представления о пространственных телах: кубе, параллелепипеде, призме, пирамиде, шаре, сфере, конусе, цилиндре. Примеры сечений. Примеры разверток.

Треугольник. Прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники. Высота, медиана, биссектриса, средняя линия треугольника. Равнобедренные и равносторонние треугольники; свойства и признаки равнобедренного треугольника.

Признаки равенства треугольников. Неравенство треугольника. Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника. Зависимость между величинами сторон и углов треугольника.

Теорема Фалеса. Подобие треугольников; коэффициент подобия. Признаки подобия треугольников.

Теорема Пифагора. Признаки равенства прямоугольных треугольников. Синус, косинус, тангенс, котангенс острого угла прямоугольного треугольника и углов от 0° до 180° ; приведение к острому углу. Решение прямоугольных треугольников. Основное тригонометрическое тождество. Формулы, связывающие синус, косинус, тангенс, котангенс одного и того же угла. Теорема косинусов и теорема синусов; примеры их применения для вычисления элементов треугольника.

Замечательные точки треугольника: точки пересечения серединных перпендикуляров, биссектрис, медиан.
Окружность Эйлера.

Четырехугольник. Параллелограмм, его свойства и признаки. Прямоугольник, квадрат, ромб, их свойства и признаки. Трапеция, средняя линия трапеции; равнобедренная трапеция.

Многоугольники. Выпуклые многоугольники. Сумма углов выпуклого многоугольника. Вписанные и описанные многоугольники. Правильные многоугольники.

Окружность и круг. Центр, радиус, диаметр. Дуга, хорда. Сектор, сегмент. Центральный, вписанный угол; величина вписанного угла. Взаимное расположение прямой и окружности, *двух окружностей*. Касательная и секущая к окружности; равенство касательных, проведенных из одной точки. *Метрические соотношения в окружности: свойства секущих, касательных, хорд.*

Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. *Вписанные и описанные четырехугольники.*

Вписанные и описанные окружности правильного многоугольника.

Измерение геометрических величин. Длина отрезка. Длина ломаной, периметр многоугольника.

Расстояние от точки до прямой. Расстояние между параллельными прямыми. Длина окружности, число π ; длина дуги. Величина угла.

Градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности.

Понятие о площади плоских фигур. Равносоставленные и равновеликие фигуры.

Площадь прямоугольника. Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции (основные формулы). Формулы, выражающие площадь треугольника: через две стороны и угол между ними, *через периметр и радиус вписанной окружности, формула Герона. Площадь четырехугольника.*

Площадь круга и площадь сектора.

Связь между площадями подобных фигур.

Объем тела. Формулы объема прямоугольного параллелепипеда, куба, шара, цилиндра и конуса.

Векторы

Вектор. Длина (модуль) вектора. Координаты вектора. Равенство векторов. Операции над векторами: умножение на число, сложение, разложение, скалярное произведение. Угол между векторами.

Геометрические преобразования

Примеры движений фигур. Симметрия фигур. Осевая симметрия и параллельный перенос. Поворот и центральная симметрия. Понятие о гомотетии. Подобие фигур. Построения с помощью циркуля и линейки

Основные задачи на построение: деление отрезка пополам, построение треугольника по трем сторонам, построение перпендикуляра к прямой, построение биссектрисы, деление отрезка на n равных частей. Правильные многогранники.

ЭЛЕМЕНТЫ ЛОГИКИ, КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Доказательство. Определения, доказательства, аксиомы и теоремы; следствия. *Необходимые и достаточные условия.* Контрпример.

Доказательство от противного. Прямая и обратная теоремы.

Понятие об аксиоматике и аксиоматическом построении геометрии. Пятый постулат Эвклида и его история.

Множества и комбинаторика. Множество. Элемент множества, подмножество. Объединение и пересечение множеств.

Диаграммы Эйлера.

Примеры решения комбинаторных задач: перебор вариантов, правило умножения.

Статистические данные. Представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков. Средние результатов измерений. Понятие о статистическом выводе на основе выборки.

Понятие и примеры случайных событий.

Вероятность. Частота события, вероятность. Равновозможные события и подсчет их вероятности. Представление о геометрической вероятности.

Экзаменационный вариант состоит из четырех частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 «Алгебра» содержит 5 заданий базового уровня, 3 задания повышенного уровня и 2 задания высокого уровня.

Часть 2 «Теория вероятностей» содержит 1 задание базового уровня.

Часть 3 «Геометрия и тригонометрия» содержит 1 задание базового уровня, 1 задание повышенного уровня и 4 задания высокого уровня.

Часть 4 «Начала анализа» содержит 2 задания базового уровня и 1 задание повышенного уровня.

Все задания подразумевают выбор правильного ответа из 4-х предложенных.

Правильное решение каждого из заданий базового уровня оценивается 3 баллами.

Правильное решение заданий повышенного уровня оценивается 5 баллами.

Правильное решение заданий высокого уровня оценивается 8 баллами.

Общее максимальное количество баллов по всем заданиям — 100.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 2 часа (120 минут).

Рекомендуемая литература

Для изучения курса математики необходим комплект учебников (учебных пособий), из федерального комплекта, утвержденного Министерством образования РФ. При этом для подготовки к экзамену, кроме учебников по математике, предназначенных для 10-11 классов, нужны также учебники по планиметрии для 7-9 классов и по алгебре для 8-9 классов. Желательно использовать те из них, по которым математика изучалась ранее.

Кроме учебников, особенно для изучения приемов решения задач 15-20, рекомендуем выбрать 2-3 проверенных временем методических пособия и задачника по элементарной математике.

1. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Под редакцией М.И. Сканави. – М.: «Высшая школа», 1998 и другие издания.
2. В.В. Ткачук. Математика абитуриенту. – М.: Издательство МЦНМО, разные годы.
3. Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов. Математика для поступающих в вузы. – М.: «Дрофа», 1976 и другие издания.
4. И.И. Мельников, И.Н. Сергеев. Как решать задачи по математике на вступительных экзаменах. – М.: УНЦ ДО МГУ, 1994 г. и другие издания.
5. И.Н. Сергеев. ЕГЭ. Математика. Задания типа «С». – М.: «Экзамен», 2009.
6. И.Ф. Шарыгин. Задачи по геометрии. Стереометрия. – М.: «Наука», 1984.
7. И.Ф. Шарыгин. Геометрия. Классы 9-11. – М.: «Дрофа», 1996.
8. И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев. Факультативный курс по математике. Решение задач. – М.: «Просвещение», 1991.
9. А.П. Киселев. Арифметика. – М.: «Физматлит», 2015.
10. А.П. Киселев. Алгебра I. – М.: «Физматлит», 2015.
11. А.П. Киселев. Алгебра II. – М.: «Физматлит», 2014.
12. А.П. Киселев. Геометрия. – М.: «Физматлит», 2014.
13. О.Ю. Черкасов, А.Г. Якушев. Математика для поступающих в вузы. – М.: «Московский лицей», 1996 и другие издания.
14. В.И. Голубев. Решение сложных и нестандартных задач по математике. – М.: «Илекса», 2010.
15. В.В. Прасолов. Задачи по планиметрии. Части 1-2. – М.: МЦНМО, 2007.
16. В.В. Прасолов. Задачи по алгебре, арифметике и анализу. – М.: Издательство МЦНМО, 2007.

17. П.Ф. Севрюков, А.Н. Смоляков. Векторы и координаты в решении задач школьного курса стереометрии. Москва. Ставрополь. 2008.
18. П.Ф. Севрюков, А.Н. Смоляков. Школа решения задач с параметрами. Москва. Ставрополь. 2009.
19. В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич. Задачи с параметрами. Минск: «Асар», 1996.
20. Математика. Типовые текстовые задания. Под редакцией И.В. Яценко. – М.: «Экзамен», 2016.
21. А.В. Семенов, И.В. Яценко, И.Р. Высоцкий, А.С. Трепалин, Е.А. Кукса. Как получить максимальный балл на ЕГЭ. Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. – М.: «Интеллект-Центр», 2015.